

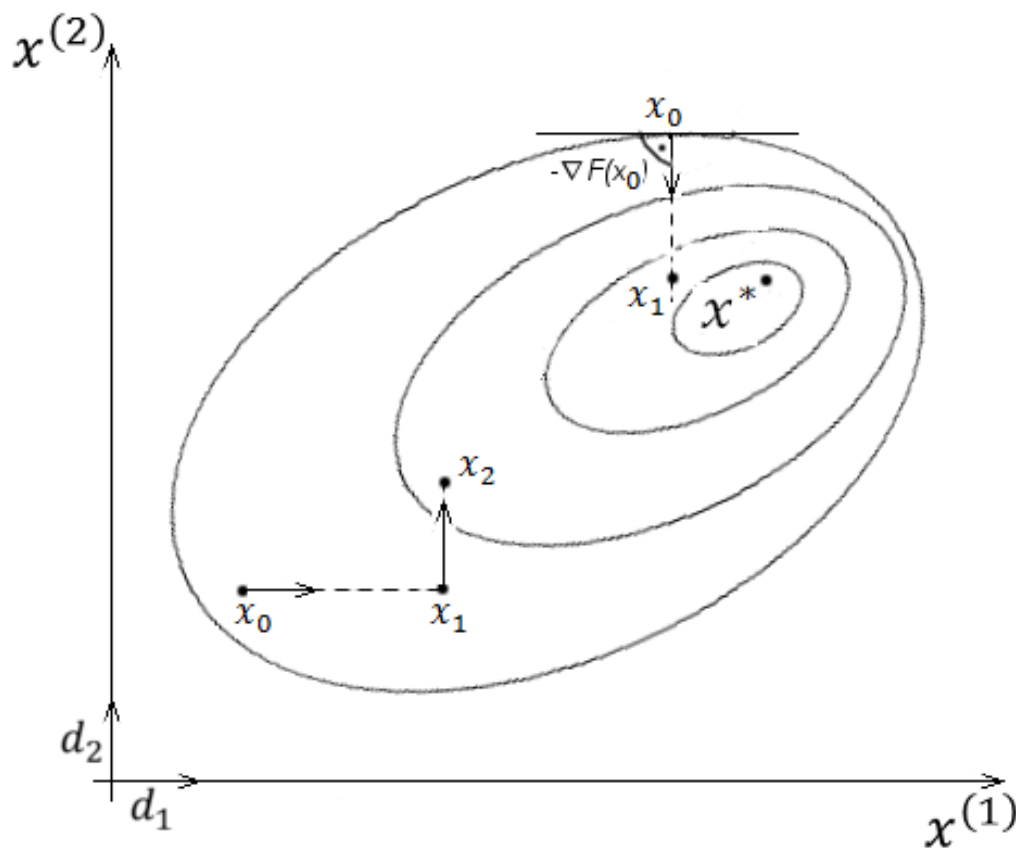


Politechnika Wrocławska

Optymalizacja systemów

Wykład 5. Gradientowe metody optymalizacji

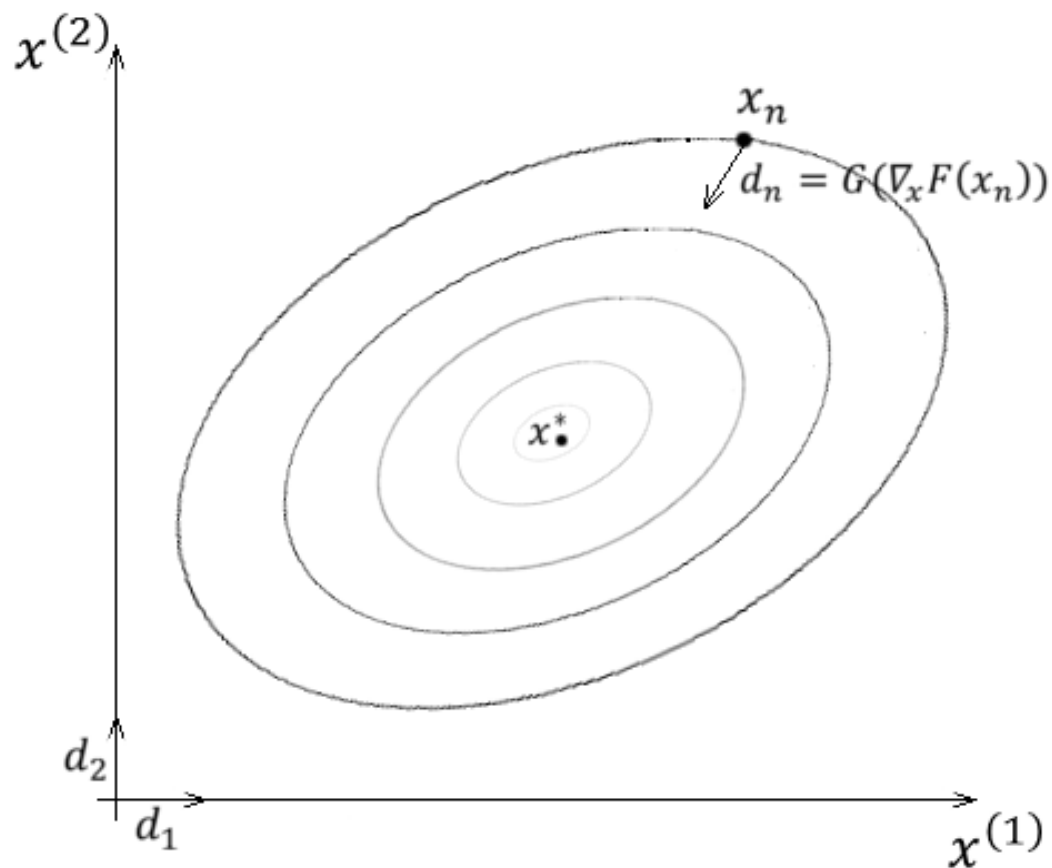
Wybór kierunku poszukiwań



- Kierunki bazowe i ich modyfikacje – metody bezgradientowe.
- Kierunki oparte na gradiencie funkcji – metody gradientowe.

- Gradientowe metody optymalizacji
 - Gradientu prostego
 - Najszybszego spadku
 - Newtona
 - Gradientu sprzężonego
 - Zmiennej metryki

Metody gradientowe



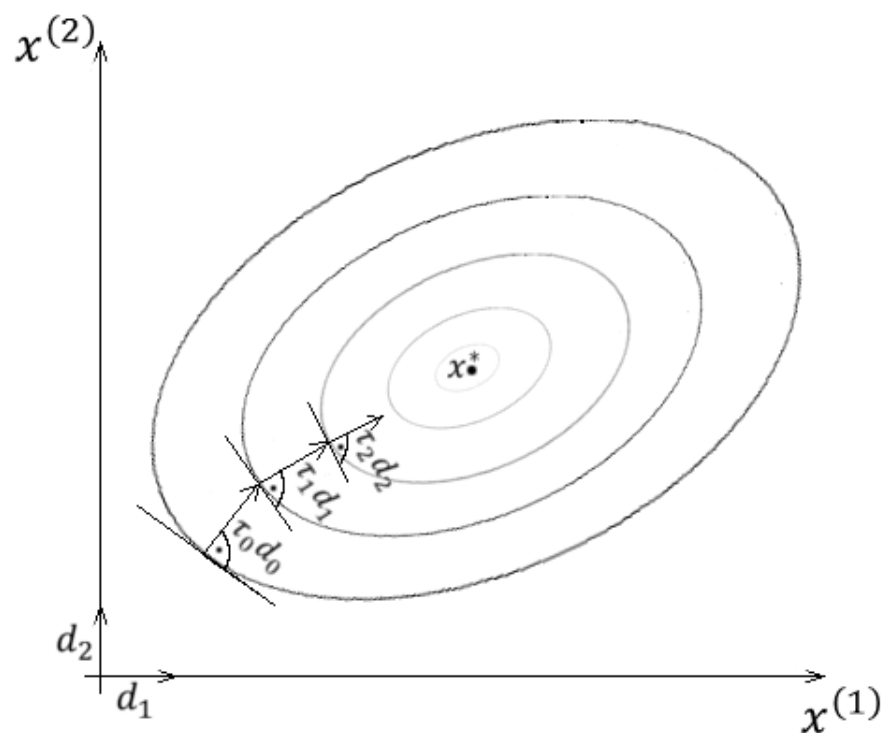
$$x_{n+1} = x_n + \tau_n d_n$$
$$d_n = G(\nabla_x F(x_n))$$

τ_n - krok procedury

Metoda gradientu prostego

$$x_{n+1} = x_n + \tau_n d_n$$

$$d_n = -\nabla_x F(x_n); \tau_n > 0, \lim_{n \rightarrow \infty} \tau_n = \tau, \sum_{n=0}^{\infty} \tau_n = \infty$$

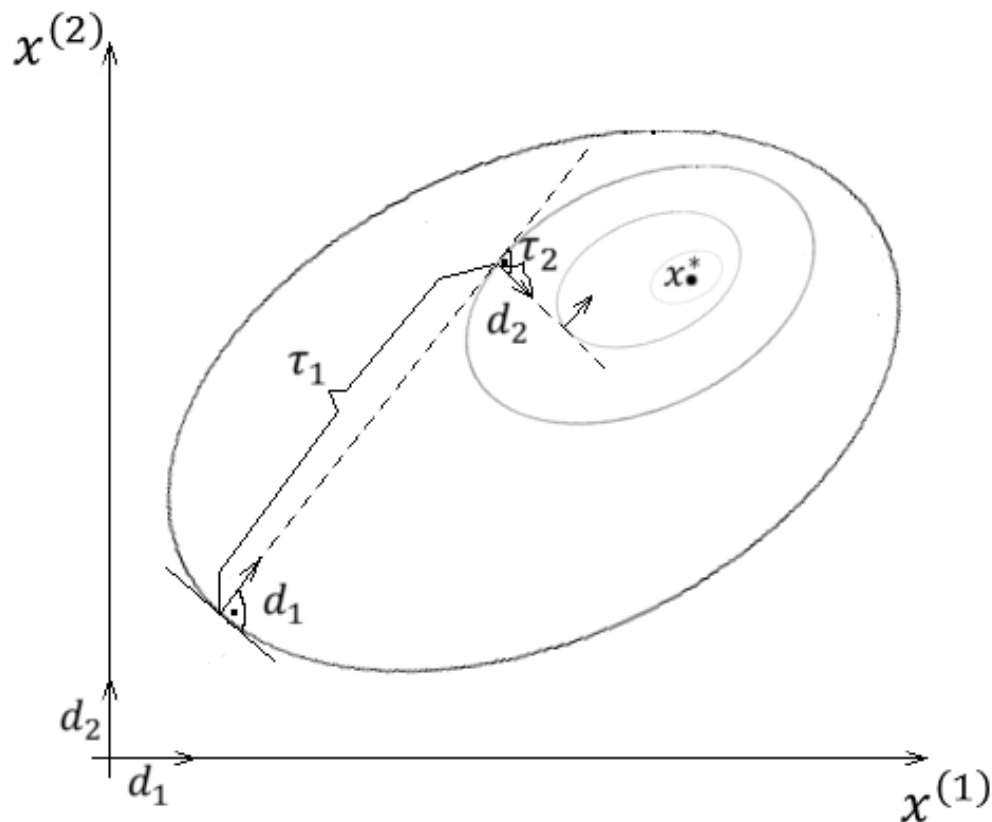


$$\|x_{n+1} - x_n\| = \|\tau_n d_n\| < \varepsilon$$

Metoda najszybszego spadku

$$x_{n+1} = x_n + \tau_n d_n$$

$d_n = -\nabla_x F(x_n)$, τ_n - minimum w kierunku d_n



$$\|x_{n+1} - x_n\| < \varepsilon$$

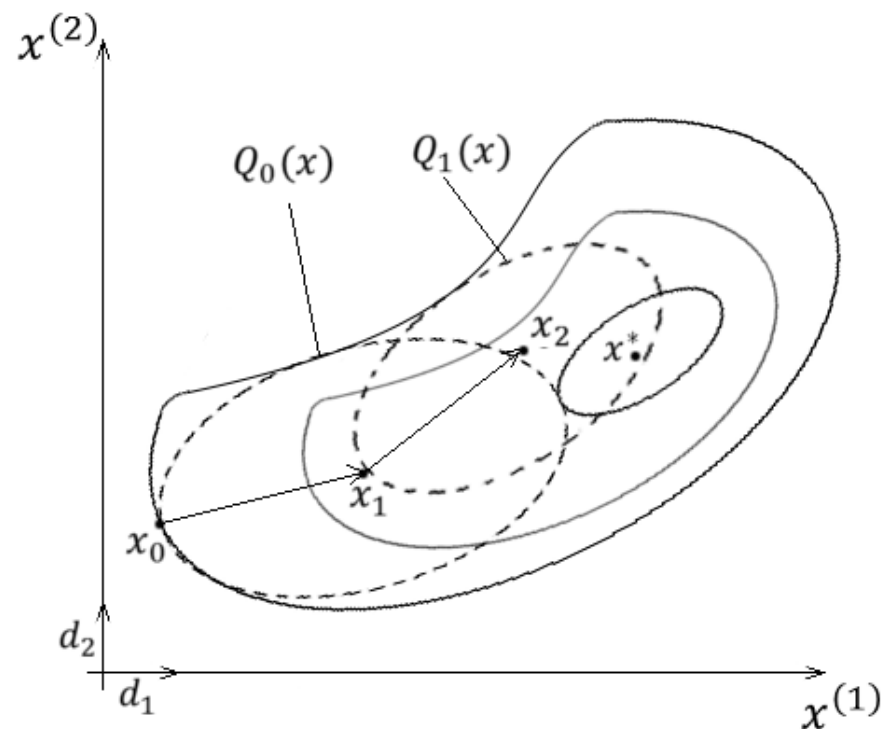
Metoda Newtona

$$F(x) = \underbrace{F(x_0) + (x - x_0)^T \nabla_x F(x_0) + \frac{1}{2} (x - x_0)^T H(x_0) (x - x_0)}_{Q(x)} + o_3(\|x - x_0\|)$$

$$\nabla_x Q(x) = \nabla_x F(x_0) + H(x_0)(x^* - x_0) = 0_S$$

$$x^* = x_0 - H^{-1}(x_0) \nabla_x F(x_0)$$

$$x_{n+1} = x_n - H^{-1}(x_n) \nabla_x F(x_n)$$





Metoda Fletchera-Reevesa (gradientu sprzężonego)

Krok 0: $z_1 = x_0$, $s = 1$, $d_1 := -\nabla_x F(z_1)$

Krok 1: $z_{s+1} := z_s + \tau_s d_s$

$\tau_s \rightarrow$ minimum w kierunku d_s

Jeśli $\|\tau_s d_s\| < \varepsilon$ (STOP)

w przeciwnym razie idź do kroku 2

Krok 2: $d_{s+1} := -\nabla_x F(z_{s+1}) + \frac{\|\nabla_x F(z_{s+1})\|}{\|\nabla_x F(z_s)\|} d_s$

$s := s + 1$, idź do kroku 1

$d_1, d_2, \dots, d_s$ - kierunki sprzężone dla formy kwadratowej

Metoda zmiennej metryki

Krok 0: $z_1 = x_0$, $d_1 = -D_1 \nabla_x F(z_1)$, $D_1 = I$, $s=1$

Krok 1: $z_{s+1} = z_s + \tau_s d_s$ gdzie τ_s - minimum w kierunku d_s

Jeśli $\|\tau_s d_s\| < \varepsilon$ (STOP)

w przeciwnym razie idź do kroku 2.

Krok 2: $d_{s+1} = -D_{s+1} \nabla_x F(z_{s+1})$

$$D_{s+1} = D_s + \frac{p_s p_s^T}{p_s^T q_s} - \frac{D_s q_s q_s^T D_s}{q_s^T D_s q_s}, \text{ gdzie}$$

$$p_s = \tau_s d_s, q_s = \nabla_x F(z_{s+1}) - \nabla_x F(z_s)$$

$s := s+1$ idź do kroku 1.

$$D_{s+1} \approx H^{-1}(x_{s+1})$$

Dziękuję za uwagę

