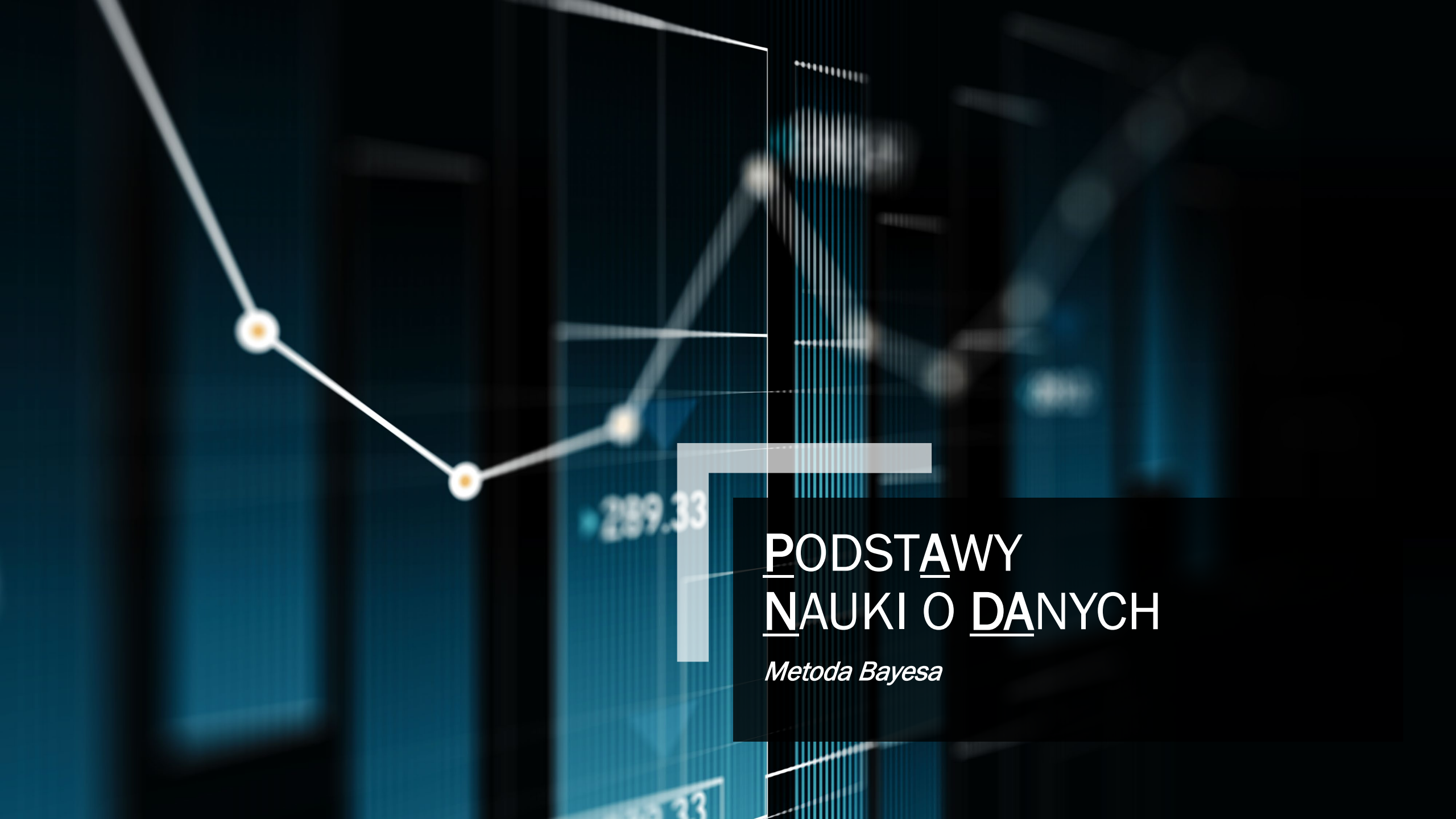




PODSTAWY NAUKI O DANYCH

Metoda Bayesa

Przypominajka statystyczna

■ Wzór Bayesa

$$p(\theta|X) \cdot p(X) = p(X, \theta) = p(X|\theta) \cdot p(\theta)$$

$$p(\theta|X) = \frac{p(X|\theta) \cdot p(\theta)}{p(X)}$$

Jeżeli ktoś żywi oczekiwania zależne od zajścia danego zdarzenia, to prawdopodobieństwo zajścia tego zdarzenia [w stosunku] do prawdopodobieństwa porażki ma się jak strata poniesiona przez tę osobę w przypadku porażki [w stosunku] do jej zysku w razie zajścia zdarzenia.

$$p(Model|DANE) = \frac{p(DANE|Model) \cdot p(Model)}{p(DANE)}$$

Kiedy stosować metodę Bayesa

- Czy moneta jest uczciwa?

θ – prawdopodobieństwo wyrzucenia Orła

$$\theta_{\text{Naiwny}} = \frac{\# \text{Orły}}{\# \text{Orły} + \# \text{Reszki}}$$



Kiedy stosować metodę Bayesa

- Czy moneta jest uczciwa?

θ – prawdopodobieństwo wyrzucenia Orła

$$\theta_{\text{Naiwny}} = \frac{\# \text{Orły}}{\# \text{Orły} + \# \text{Reszki}}$$



- 3 rzuty $X = [O \ O \ O] \Rightarrow \theta_{\text{Naiwny}} = 1$

Kiedy stosować metodę Bayesa

- Czy moneta jest uczciwa?

θ – prawdopodobieństwo wyrzucenia Orła

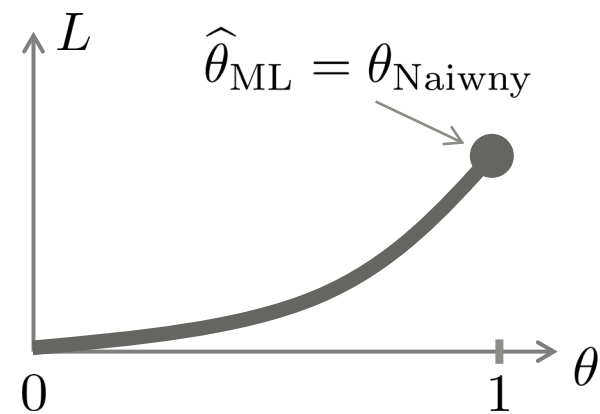


$$\theta_{\text{Naiwny}} = \frac{\# \text{Orły}}{\# \text{Orły} + \# \text{Reszki}}$$

- 3 rzuty $X = [O \ O \ O] \Rightarrow \theta_{\text{Naiwny}} = 1$
- MMW: Jakie jest prawdopodobieństwo, że z monety o konkretnej wartości θ uzyskamy pomiary X ?

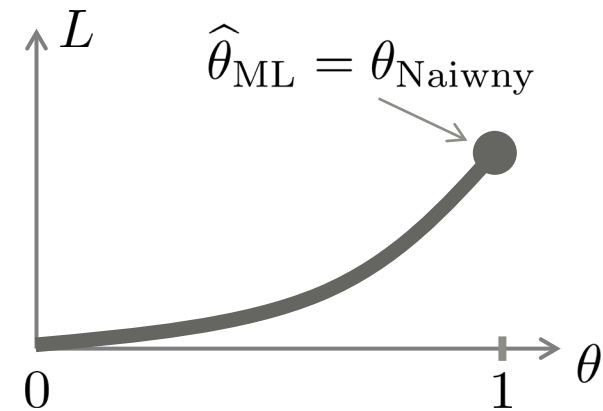
$$L(\theta) = P(X|\theta) = \theta^{\# \text{Orły}} (1 - \theta)^{\# \text{Reszki}}$$

Kiedy stosować metodę Bayesa



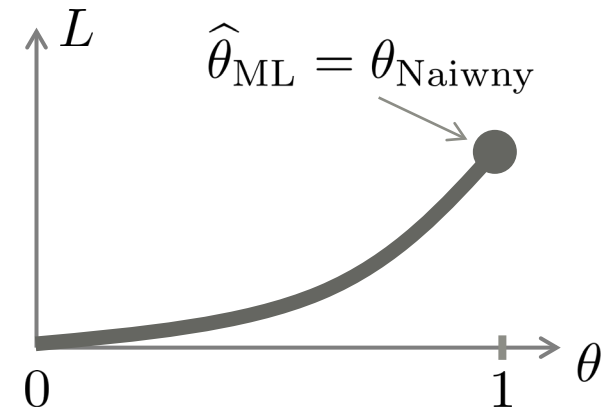
Kiedy stosować metodę Bayesa

- Dlaczego ten wynik wydaje się podejrzany?



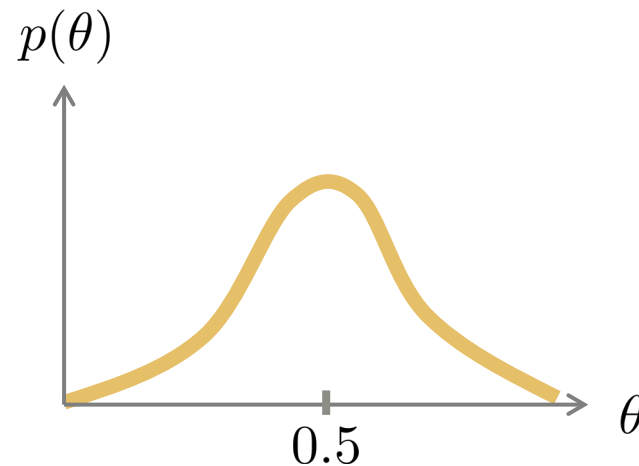
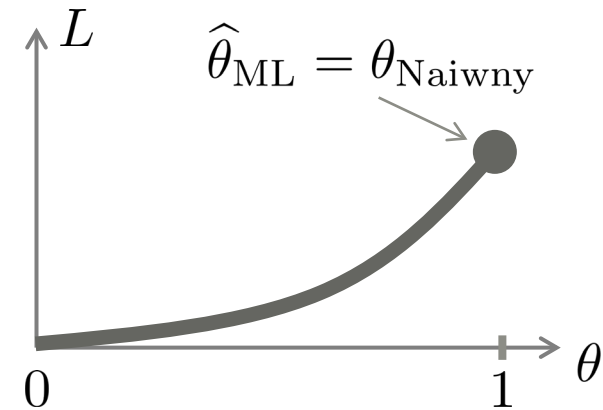
Kiedy stosować metodę Bayesa

- Dlaczego ten wynik wydaje się podejrzany?
- Nadmierne dopasowanie do danych (ang. *overfitting*)



Kiedy stosować metodę Bayesa

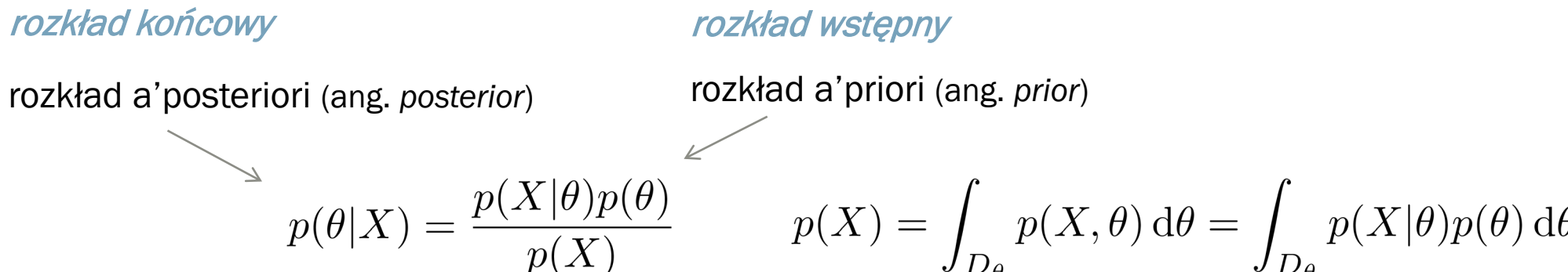
- Dlaczego ten wynik wydaje się podejrzany?
- Nadmierne dopasowanie do danych (ang. *overfitting*)
- Jak uwzględnić wiedzę o rzeczywistych monetach?
- Przekonanie (ang. *belief*)



Jak stosować metodę Bayesa

rozkład końcowy

rozkład a'posteriori (ang. *posterior*)



The diagram illustrates the Bayesian method. It features two main equations. On the left, the posterior distribution $p(\theta|X)$ is defined as the product of the likelihood $p(X|\theta)$ and the prior $p(\theta)$, divided by the marginal likelihood $p(X)$. An arrow points from the text 'rozkład a'posteriori (ang. posterior)' to this equation. On the right, the marginal likelihood $p(X)$ is expressed as an integral over the parameter space D_θ of the product of the likelihood and the prior. An arrow points from the text 'rozkład a'priori (ang. prior)' to this equation.

$$p(\theta|X) = \frac{p(X|\theta)p(\theta)}{p(X)}$$

rozkład wstępny

rozkład a'priori (ang. *prior*)

$$p(X) = \int_{D_\theta} p(X, \theta) d\theta = \int_{D_\theta} p(X|\theta)p(\theta) d\theta$$

Jak stosować metodę Bayesa

rozkład końcowy

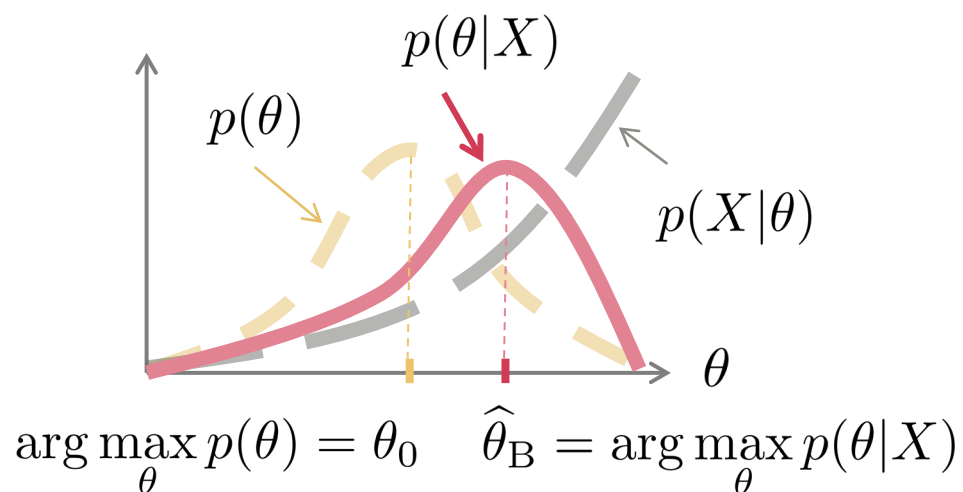
rozkład a'posteriori (ang. *posterior*)

$$p(\theta|X) = \frac{p(X|\theta)p(\theta)}{p(X)}$$

rozkład wstępny

rozkład a'priori (ang. *prior*)

$$p(X) = \int_{D_\theta} p(X, \theta) d\theta = \int_{D_\theta} p(X|\theta)p(\theta) d\theta$$



Jak stosować metodę Bayesa

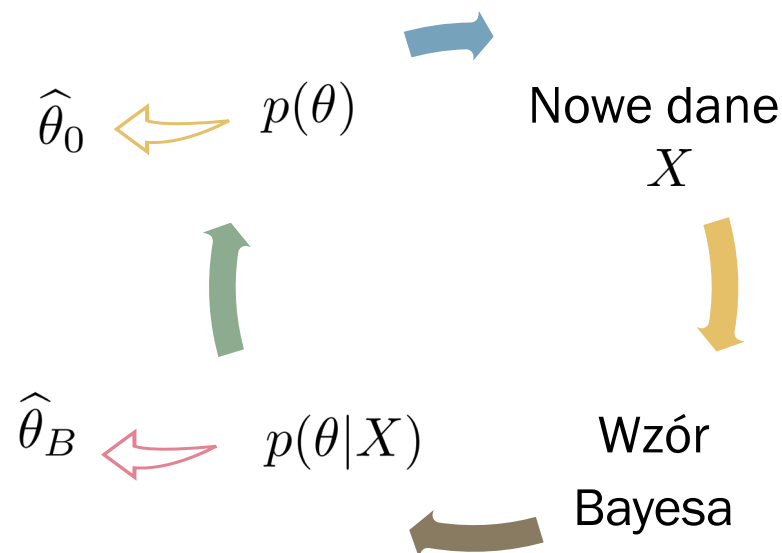
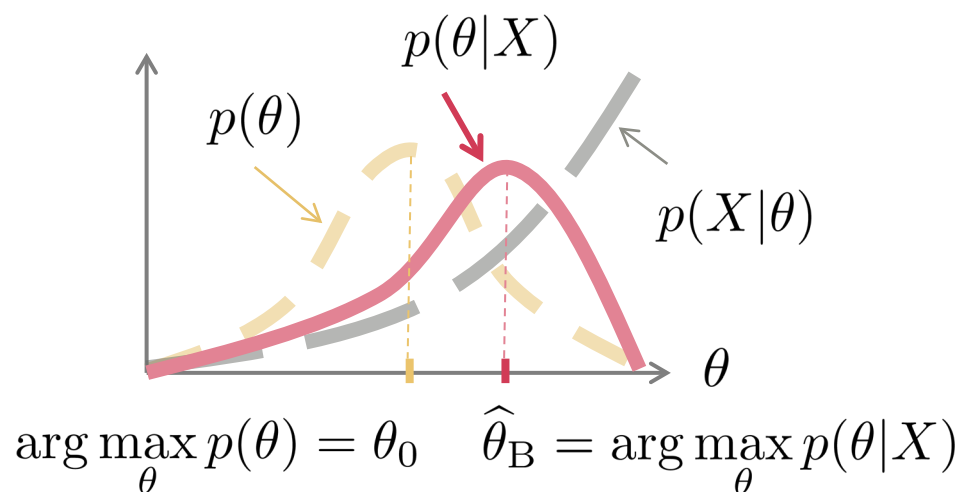
rozkład końcowy $\longrightarrow$ rozkład wstępny

rozkład a'posteriori (ang. *posterior*)

rozkład a'priori (ang. *prior*)

$$p(\theta|X) = \frac{p(X|\theta)p(\theta)}{p(X)}$$

$$p(X) = \int_{D_\theta} p(X, \theta) d\theta = \int_{D_\theta} p(X|\theta)p(\theta) d\theta$$



Przykład zadania



Wymyśl sobie



THE END