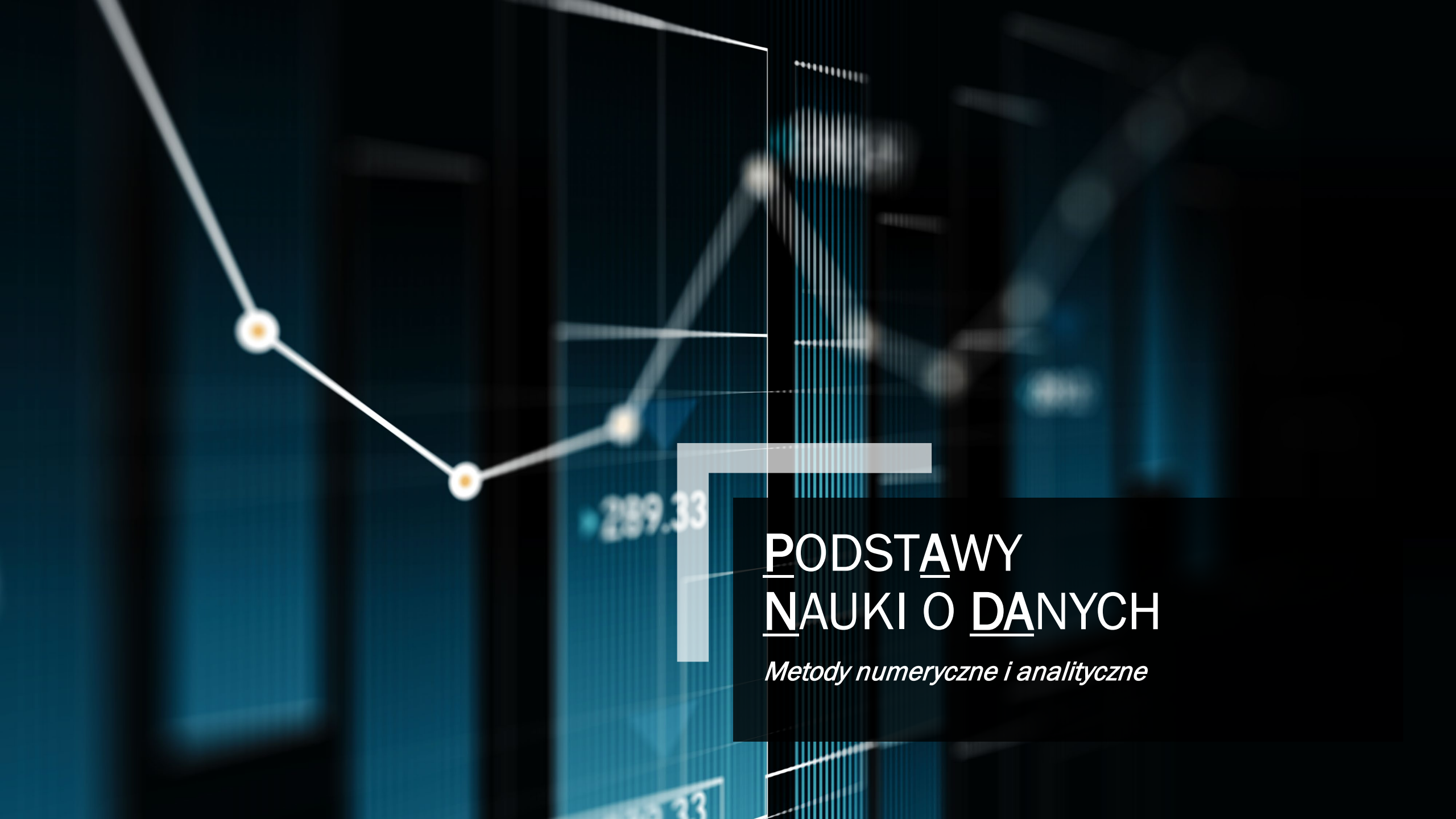




PODSTAWY NAUKI O DANYCH

Metody numeryczne i analityczne

Analitycznie vs numeryczne

- **Analityczne** rozwiązanie
 - jest przedstawione w postaci **jawnej** (wzór matematyczny) i jest **dokładne**
- **Numeryczne** rozwiązanie
 - ma postać algorytmu składającego się z kolejnych **iteracji** procesu obliczeń, generującego coraz dokładniejsze **przybliżenia** rozwiązania

The diagram illustrates the relationship between a quadratic equation and its two types of solutions. At the top center is the equation $ax^2 + bx + c = 0$. Two blue arrows point downwards from this equation. The left arrow, labeled "analitycznie", points to the analytical solution $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. The right arrow, labeled "numerycznie", points to the numerical solution $x_{i+1} = x_i - \frac{ax_i^2 + bx_i + c}{2ax_i + b}$, which is followed by the approximation $x \approx x_i$. A grey bracket is positioned below the numerical formula, indicating an iterative process.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

analitycznie

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

numerycznie

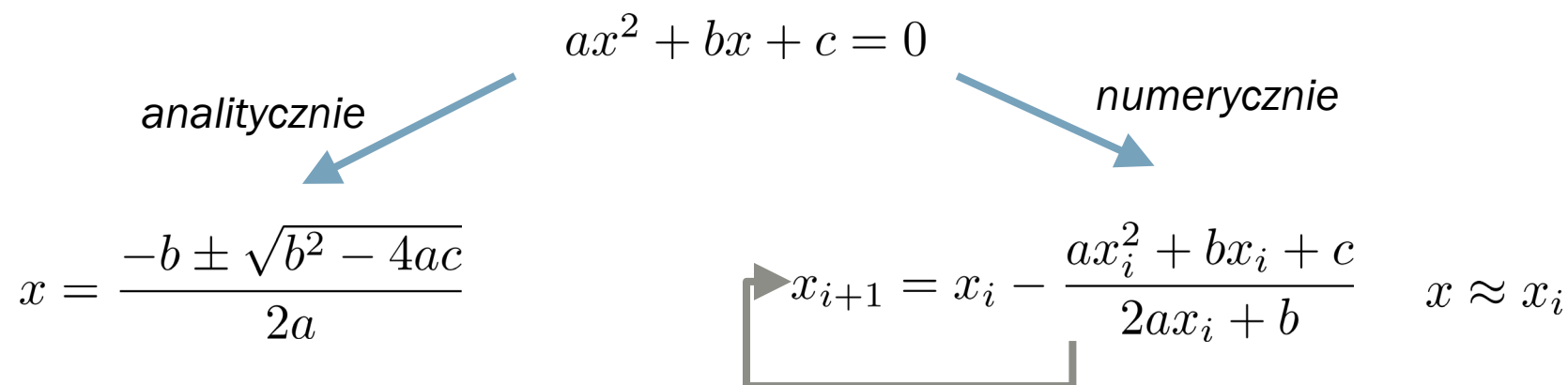
$$x_{i+1} = x_i - \frac{ax_i^2 + bx_i + c}{2ax_i + b} \quad x \approx x_i$$

Przykład zadania obliczeniowego

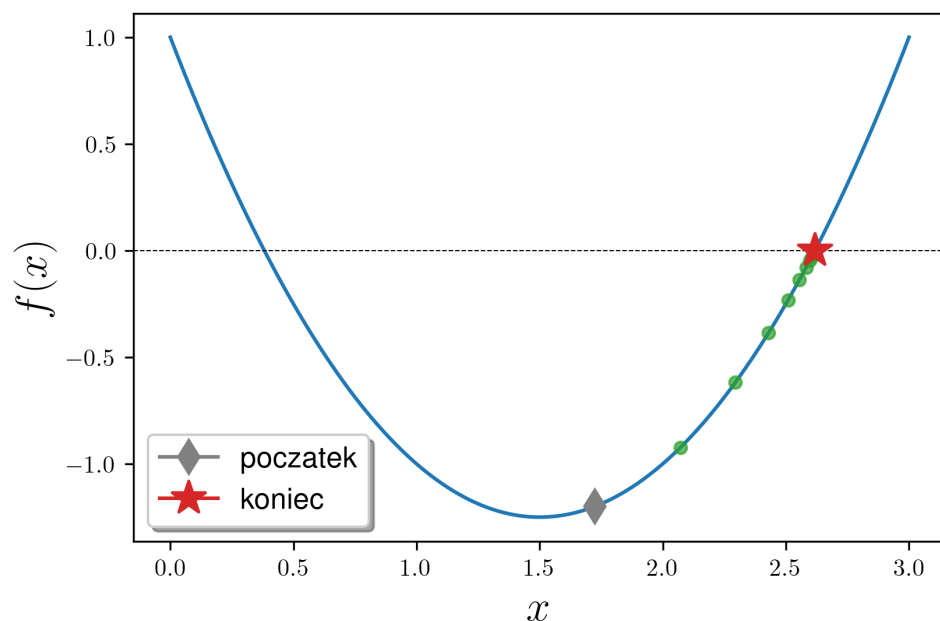
```
import numpy as np

a, b, c = 1, -3, 1
# analitycznie
p_delta = 0.5*np.sqrt(b**2-4*a*c)/a
x_dokladne = (-0.5*b/a - p_delta, -0.5*b/a + p_delta)
print(x_dokladne)
(0.3819660112501051, 2.618033988749895)
```

```
# numerycznie
x = np.random.uniform(-1,1)
for i in range(15):
    x -= (a*x**2+b*x+c)/(2*a*x)
print(x)
2.617041274821245
```



Przykład zadania obliczeniowego



```
import matplotlib.pyplot as plt

f = lambda x: a*x**2+b*x+c
xx = np.linspace(start=0, stop=3, num=300)
plt.plot(xx,f(xx))
plt.axhline(y=0, linewidth=0.5, linestyle='--', color='black')

# numerycznie
x = np.random.uniform(0,3)
plt.plot(x,f(x), marker='d', color='gray', markersize=10, label='początek')
for i in range(15):
    x -= f(x)/(2*a*x)
    plt.plot(x,f(x), marker='o', markersize=5, color='tab:green', alpha=0.7)

plt.plot(x,f(x), marker='*', markersize=15, color='tab:red', label='koniec')
```

$$x_{i+1} = x_i - \frac{ax_i^2 + bx_i + c}{2ax_i + b} \quad x \approx x_i$$



THE END