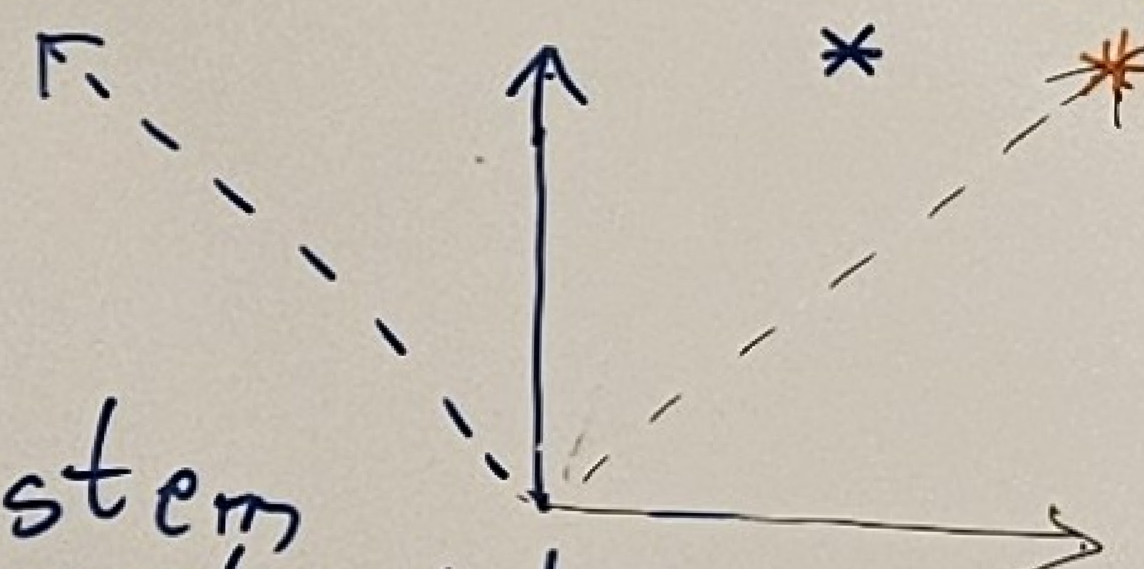
x

$\varkappa$

$$x = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \varkappa = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

x - opis człowieka

$\varkappa$ - opis kota



Jestem człowiekiem

z kociego na ludzki

$$\boxed{x = K\varkappa} = K\underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\varkappa} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$x = K\varkappa \quad / \cdot K^{-1}$ z lewej

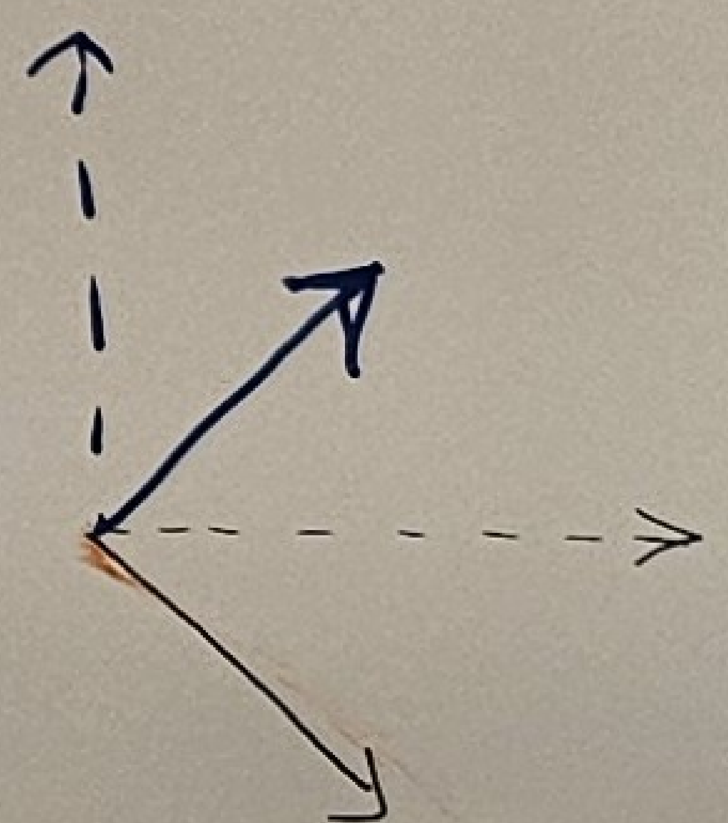
$$K^{-1}x = \underbrace{K^{-1}K}_{I}\varkappa$$

$$\boxed{\varkappa = K^{-1}x}$$

z ludzkiego na koci

$$K^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Jestem kotem:



$K^{-1}K =$

lub

$KK^{-1} =$

$$\det\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = ad - b \cdot c$$

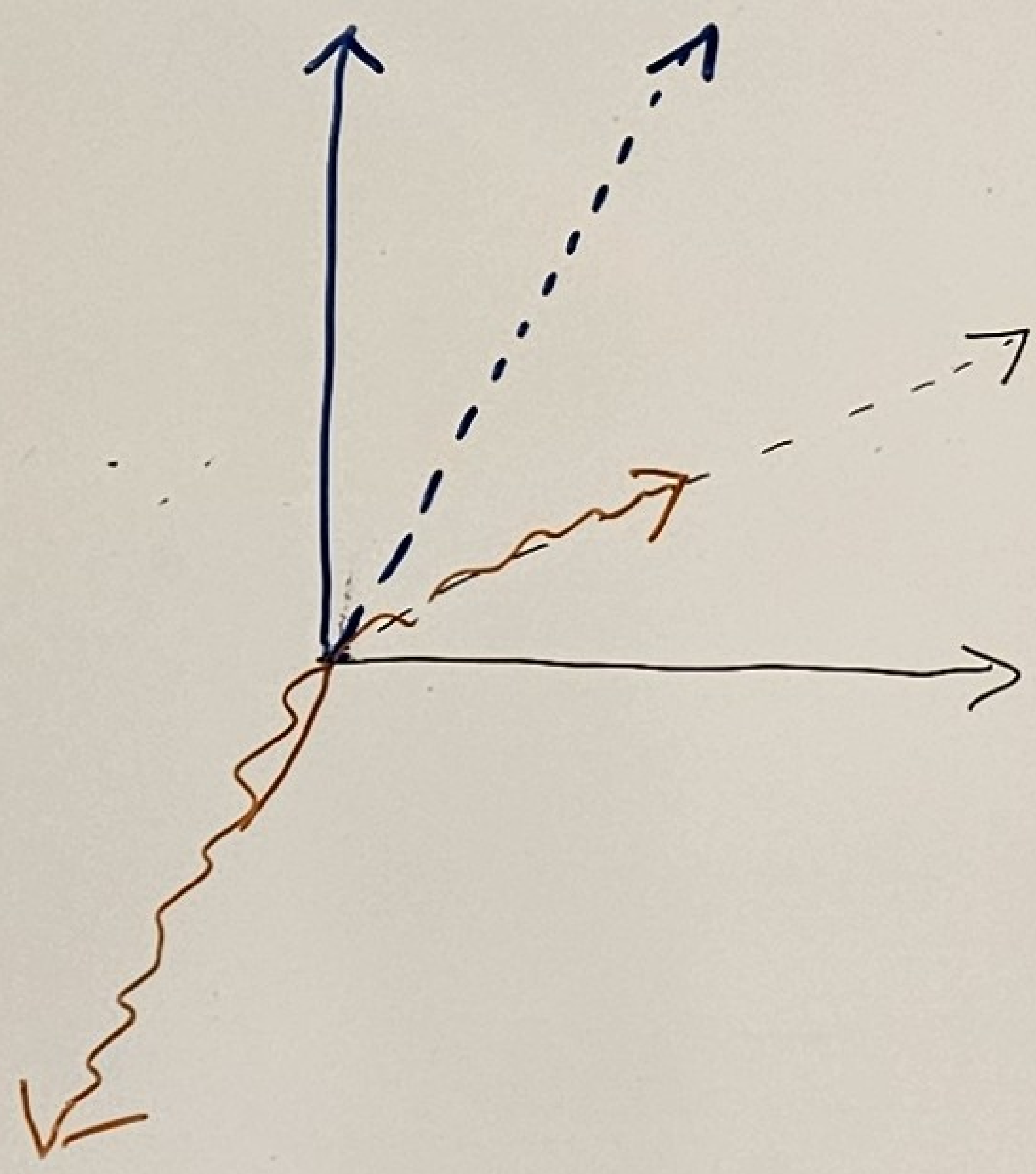
$$\det(K) \equiv \det K = 2$$

$$\det K^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$K^{-1}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$K^{-1}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

W domu



Przekształcenie opowiedziane przez kota

$$P_k = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Wykombinuj

$$P_{cz} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{X} = A\,x \qquad x = A^{-1}\mathcal{X}$$

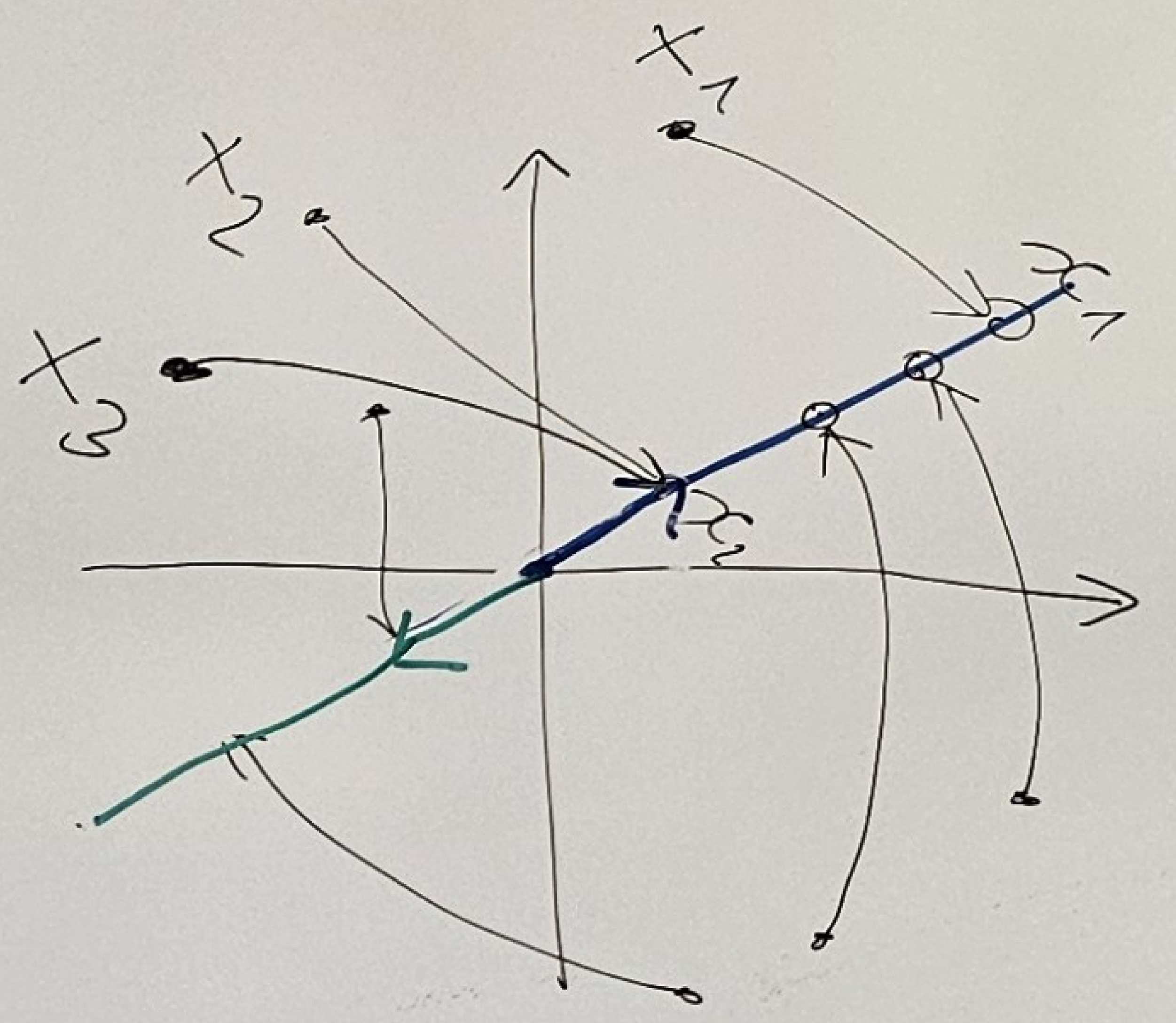
Interpretacja

- przekształcenie punktu x w $\mathcal{X}$
- $\mathcal{X}$ to reprezentacja x w innej bazie

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 2 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right] \quad w_1 \leftarrow w_1 - w_2$$

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

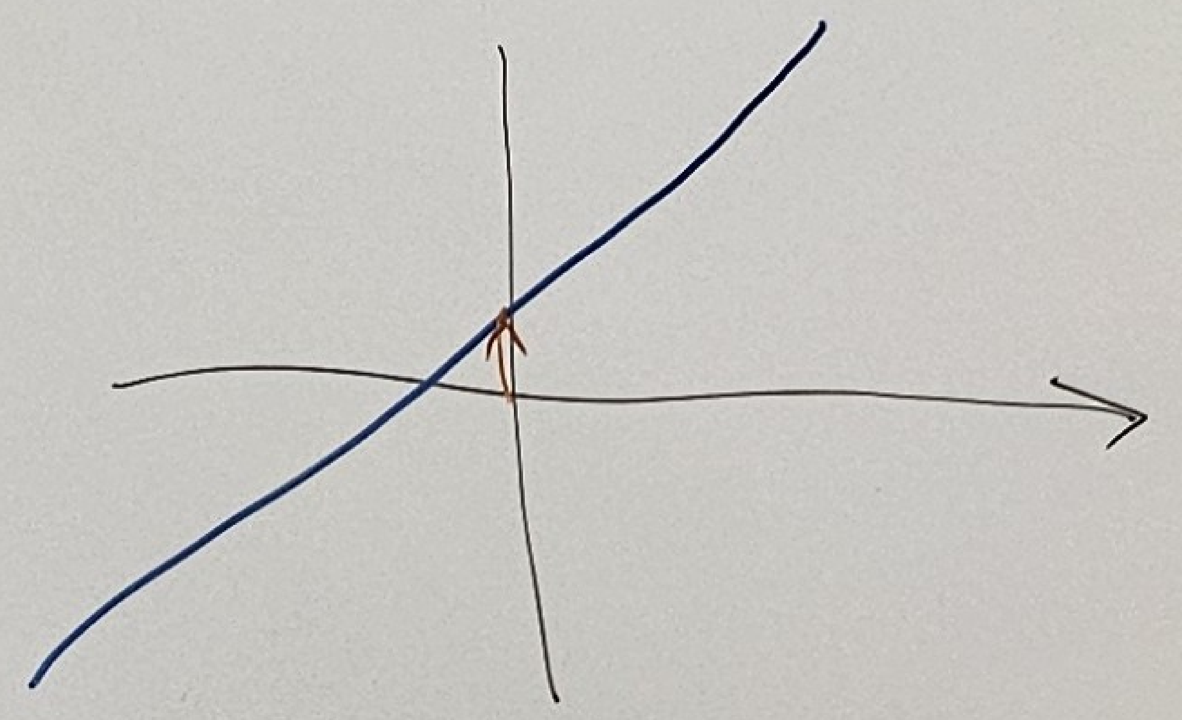
$$\underset{M\times K}{A} \cdot \underset{K\times N}{B}$$



$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \qquad A^{-1} =$$

$$\det A = 0 = -2 - (-2)$$

$$\left[\mathcal{X}^{(1)}\right] = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^{(1)} \\ X^{(2)} \end{bmatrix}$$



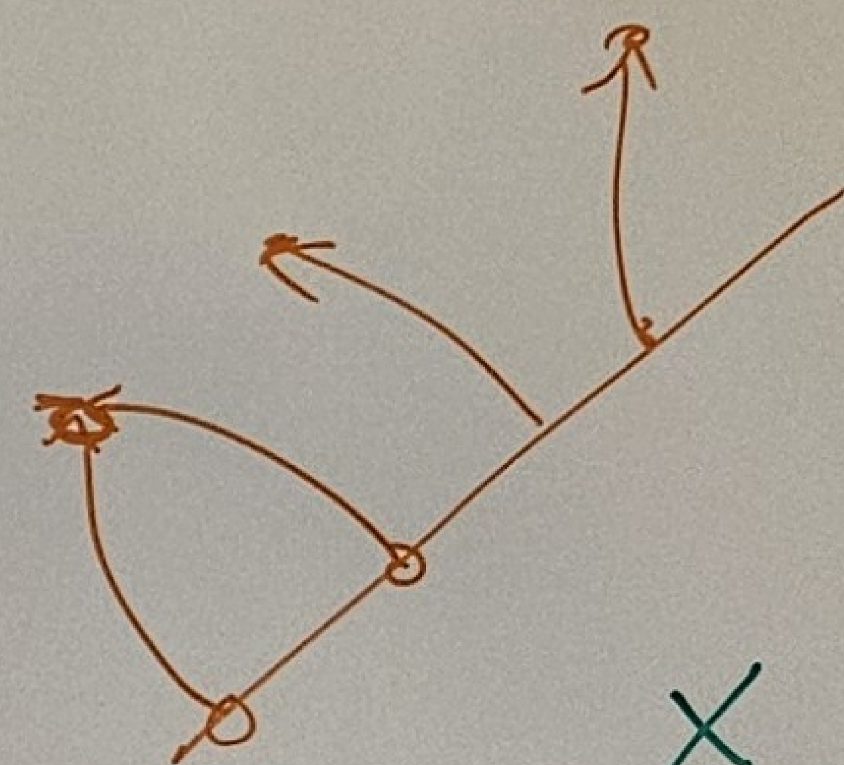
W domu

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ x - 4y = -9 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} x^{(1)} \\ x^{(2)} \\ x^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ x^{(2)} \end{bmatrix}$$

?

Głęboka sieć neuronowa



$$[x^{(4)}] \quad \cdots \quad [\ ]\, f\Big(B\, [\ ]\, f\Big(A \cdot \overset{x}{[\ ]}\Big)\Big)$$

$\det A$

$$\det\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ad - bc$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{cccc} & 15 & & 4 \\ (4\ \ 1) & = w_3 (0\ \ {-1}) & + & w_1 (1\ \ 4) \end{array}$$

lewe

$$4 = w_3 \cdot 0 + w_1 \cdot 1$$

prawe

$$1 = w_3 \cdot (-1) + w_1 \cdot 4$$

$\vec{w}, \vec{v}$ $\quad \vec{w} = \lambda \vec{v}, \lambda \in \mathbb{R}$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -8 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & -1 \\ 5 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

A = np.array([⋮ ⋮]) np.linalg.det(A)

inv

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det A}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

A^{-1} //

$$M^{T}_{K \times N} \to N \times K$$

2 ad.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ x - 4y = -9 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$$

$x =$

$y =$

2×3 $\quad$ 1×3

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -9 \\ -1 \end{bmatrix}$$

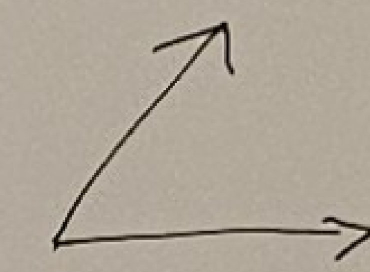
$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$$

2×3 $\quad$ 3×1

$$A \cdot w = B$$

A^T

$$\begin{array}{cc} & \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & -4 & -1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} \end{array}$$



$$\cancel{/\cdot A^{-1} \rightarrow w = A^{-1} B}$$

$$A \cdot w = B \quad /\cdot A^T$$

$$A^T \cdot A \, w = A^T B \quad /\cdot (A^T \cdot A)^{-1}$$

$$\boxed{w = (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot B}$$

W domu:

1. Wylicz w
2. Co ten wynik znaczy?

```
import matplotlib.pyplot as plt
                                  c='red'
plt.scatter([1,4],[3,4])
plt.show()
```

jaroslaw.drapala@pwr.edu.pl

Temat: [*imię nazwisko*]

Załącznik: imie_nazwisko.py

„Co to jest wyznacznik?"

help(   )

1. Z palca 5 punktów x_i
2. Z palca macierz A o wymiarach 2×2.
3. Przekształć punkty na $y_i = Ax_i$
4. Narysuj nowe punkty y_i nowym kolorem

taktyka:
- uzyskiwanie efektu przyrostowo (badanie gruntu „sanity check")
- na kartce

sposób:
- elegancki
- „na chama" (mało czasu, stres)

opakowanie w funkcje:
- korzyści, ryzyko (testowanie)

$$\begin{cases} 2x+3y = \\ x-4y = \\ 2x-y = \end{cases}\begin{bmatrix}1\\-9\\-1\end{bmatrix} = B \rightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$$

$$(A^TA)^{-1}A^TB = w \equiv \begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}2 & 3\\1 & -4\\2 & -1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}9 & 0\\0 & 26\end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix}2 & 3\\1 & -4\\2 & -1\end{bmatrix} \qquad A^T = \begin{bmatrix}2 & 1 & 2\\3 & -4 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}9 & 0\\0 & 26\end{bmatrix}$$

$$(A^TA)^{-1} = \begin{bmatrix}1/9 & 0\\0 & 1/26\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}2 & 1 & 2\\3 & -4 & -1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1/9 & 0\\0 & 1/26\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2/9 & 1/9 & 2/9\\3/26 & -4/26 & -1/26\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\-9\\-1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}2/9 & 1/9 & 2/9\\3/26 & -4/26 & -1/26\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1\\ \frac{20}{13}\end{bmatrix}$$

W domu.

Udowodnij, że A^TA jest symetryczne dla dowolnego wymiaru

Czy elem. diagonalne > 0 ?

```
np.linalg.inv( )
         .det( )
```

```
A = np.array([ [1, 4],
               [-1, 0] ])
```

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -9 \\ -1 \end{bmatrix}$$

A.T

A@B

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & -4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -9 \\ 40 \end{bmatrix} = A^T B$$

$$\begin{bmatrix} -9 \\ 40 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1/9 & 0 \\ 0 & 1/26 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 20/13 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$$

Rozw:

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = \dfrac{20}{13} \end{cases}$$